

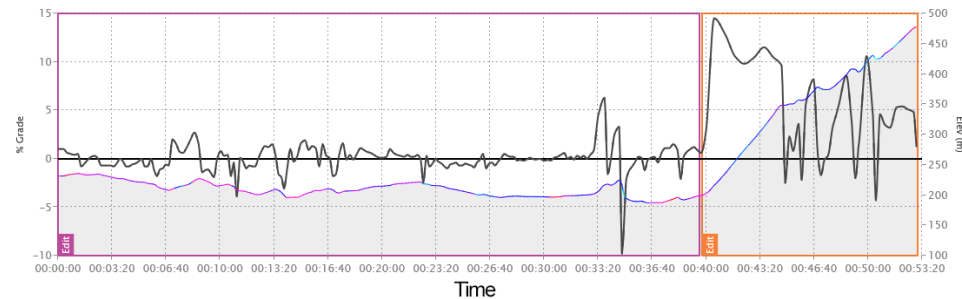
Návštěvníci našich stránek vědí, že tu a tam odlehčenou formou nahlížíme na matematiku a fyziku v pozadí cyklistiky. Někteří však jdou mnohem dál a nasazují skutečnou vědu, AI a další sofistikované nástroje.

Ben Norbury, nadšený časovkář a zakladatel Cycling AI [myWindsock.com](https://mywindsock.com), připravil pro globální server cyclingnews.com brilantní článek [The-math-behind-a-time-trial-a-nerdy-preview-of-the-giro-ditalia-stage-7-time-trial/](https://cyclingnews.com/news/the-math-behind-a-time-trial-a-nerdy-preview-of-the-giro-ditalia-stage-7-time-trial/) předcházející profilově zajímavé časovce, zařazené jako 7. etapa letošního Gira d'Italia. Stejnou etapu jsme měli v hledáčku i my pro náš World-tour Biomatematický model. S Benem jsme se spojili a s jeho laskavým svolením jsme jeho článek, přinášející spousty zajímavých informací, lokalizovali do češtiny. Nyní už známe výsledky a můžeme porovnat. Potvrdily se jeho předpoklady?

Jak se optimalizuje časovka na Grand Tour? Trať 7. etapy Giro d'Italia 2024 s převýšením 420 metrů je ideálním místem pro zkoumání výkonnosti v časovce. Naším prvním úkolem je optimalizovat čas chytrou strategií, pak zjistíme, zda bude pro profesionály v pátek rychlejší výměna kola, a nakonec, bude etapa dnem pro silové jezdce jako Filippo Ganna, nebo pro vrchaře, jako Tadej Pogačar? Zajímavostí 40,8 km dlouhé trati časovky na Giru je, kde umístění segmentu s převýšením. Prvních 33 km je poměrně rovinatých. Pokud by měla trať končit na 33. kilometru, je nejlepší se jednoduše pokusit udržet svůj nejvyšší udržitelný výkon od Foligna až po Ponte San Giovanni. Nicméně náš cílový bod Perugia je dalších 7 km do kopce, přičemž stoupání dosahuje až 16 %. Níže jsou uvedeny dva grafy převýšení. První je tradiční výškový graf se vzdáleností na ose x. Druhý graf zobrazuje simulaci času na ose x, která odhaluje význam posledních 7 km na trati.



Graf převýšení a sklonu v závislosti na vzdálenosti, závěrečné stoupání na 7 km tvoří 17,5 % celkové vzdálenosti. (Obrázek: MyWindSock)



Závěrečných 7 km představuje 25 % simulovaného času časovky. (Simulace myWindsock.com) (Obrázek: MyWindSock)

Nyní k našemu zadání, optimalizovat výkon pro tuto etapu. Představme si, že jsem profesionální cyklista, účastník se časovky jednotlivců na Giro d'Italia. Naš cílový výkon pro časovku jednotlivců je, řekněme 400 W (~1300 kJ). Rozhodneme si přidělit konzervativní dodatečný

"balíček" 20 kJ pro optimalizování výkonové strategie. Proč se o rozvržení rozhoduje tímto způsobem, vysvětlím vzápětí. Můžeme buď:

- rovnoměrně rozložit kilojouly na celou trať 40 km.

- přebývajících kilojouly uplatnit na závěrečném 7kilometrovém úseku do kopce.

Především, co je to kilojoule a proč rozpočítáváme energii právě takto, a ne ve watttech? Kilojoule je měrná jednotka energie. Jeden watt je v podstatě jeden joule za sekundu. Abychom tedy zjistili, kolika wattům odpovídá našich 20 kJ, musíme vydělit kilojouly dobou trvání v sekundách. Rozdělením energie namísto wattů zajistíme, že se oběma strategiím dostane rovnocenného virtuálního porovnání.

Watty = kJ*1000 / trvání v sekundách

Začněme tím, jak se energie při jízdě na kole využívá. To by nám mohlo napovědět, kam náš balíček energie investovat.

Nejprve se musíme vypořádat se ztrátami v pohonu. Všude, kde se setkávají pohyblivé součásti, dochází ke ztrátám třením. Nejeфекtivnější pohony pracují se ztrátami 2 %, zatímco standardní, dobře udržovaný pohon bude mít ztráty okolo 3 %. To znamená, že cyklista jedoucí na kole s výkonem 200 W se standardním pohonem, má čistý výkon 194 W, působící pohyb kola.

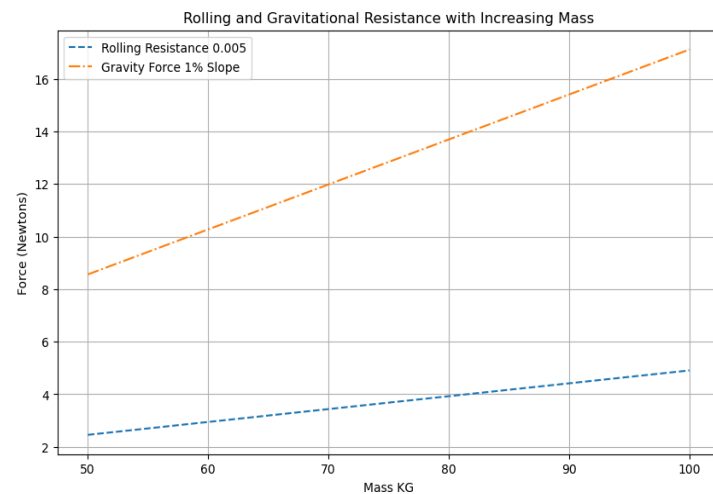
Dále považuji za důležité rozdělit zbývající síly, které na nás při jízdě na kole působí, do dvou kategorií a to na odpory ovlivněné naší hmotností (celkovou hmotností systému) a odpor vzduchu. Proč je to důležité je zjevné z toho, jak se tyto dva odpory chovají odlišně, když změníme vstupní rychlost ve vzorcích.

V kategorii "odpory ovlivněné hmotností" figuruje gravitace a valivý odpor. Jízda na kole do kopce samozřejmě vyžaduje větší námahu, protože se zvyšuje naše polohová energie v důsledku gravitace, ale někdy je přehlížený vliv hmotnosti na valivý odpor plášťů.

Valivý odpor má koeficient. Jedná se o poměr, který popisuje, jak velká síla je zapotřebí k překonání svislého zatížení působícího na plášť. U dobrých silničních plášťů se obvykle pohybuje mezi 0,004 a 0,005. Čím vyšší je koeficient, tím větší síla je potřebná pro dosažení stejné rychlosti.

Podívejte se, jak hmotnost ovlivňuje oba odpory.

Jak valivý odpor (modrá), tak gravitace (oranžová) mají lineární závislost na hmotnosti, což znamená, že s rostoucím odporem roste stejnou, ale násobnou měrou i druhý odpor. (Obrázek: MyWindSock)



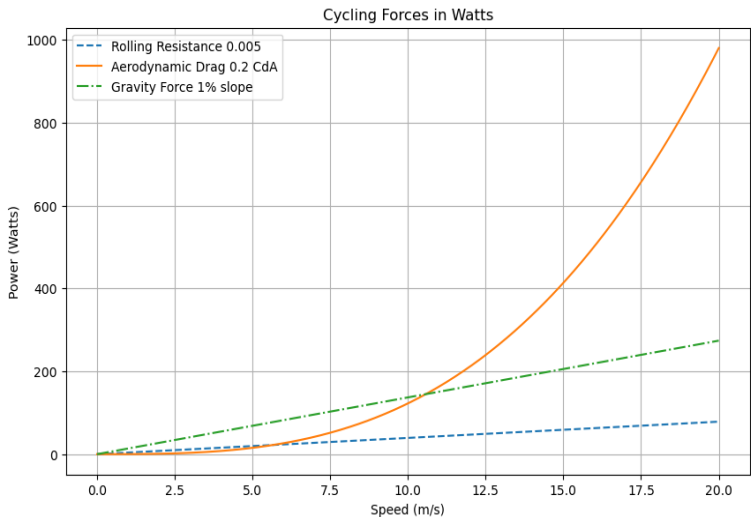
Valivé Watty = Koeficient valivého odporu * Gravitace * Hmotnost * Rychlost

Rovnice valivého odporu

Gravitační Watty = Hmotnost* Gravitace * sin (sklon kopce) * Rychlost

Rovnice pro gravitační odpor

Odpor vzduchu má exponenciální průběh. Další graf ukazuje, jak se odpor vzduchu mění se zvyšující se rychlostí.



Porovnáte-li valivý odpor, gravitaci a aerodynamický odpor s rychlostí (metry za sekundu), zjistíte, že první dva ukazatele mají lineární vztah, podobně jako hmotnost, ale aerodynamický odpor roste tím rychleji, čím rychleji jedete. (Obrázek: MyWindSock)

Odpor vzduchu, ve srovnání s lineárními odpory ovlivněnými hmotností, narůstá velmi rychle.

Vstupy pro odpor vzduchu jsou rychlost vzduchu, hustota vzduchu a náš koeficient odporu (CdA). Všimněte si, že používáme rychlost vzduchu a ne rychlost jízdy vůči zemi.

Vzdušné Watty = 0.5 * Hustota vzduchu (ρ) * CdA * Rychlost vzduchu² * Rychlost

Rovnice pro odpor vzduchu

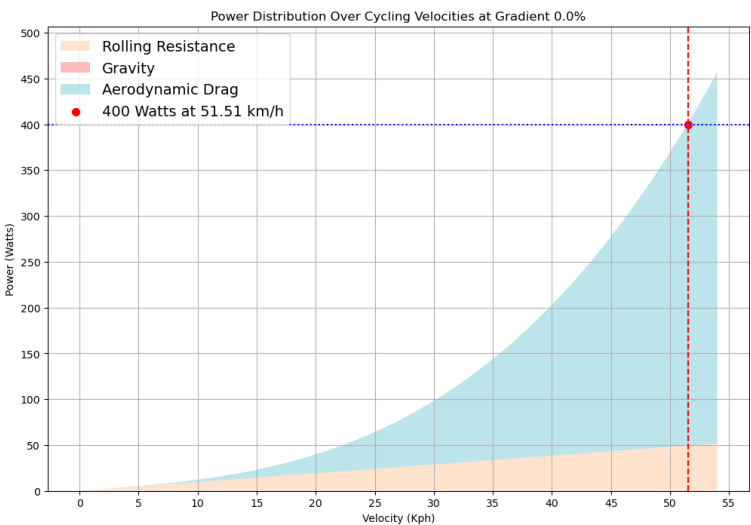
Tolik velmi stručně k odporům, které musíme překonat, abychom mohli jezdit rychleji. Nyní se vrátíme k našemu úkolu, jízdě proti chronometru.

Protože nepoužíváme superpočítač, jako je **myWindsock.com**, který by zpracoval každý metr časovky včetně počasí, budeme muset naši trať zjednodušit na dva úseky, 33km úsek s 0 % sklonem a 7km úsek s průměrným sklonem 4,5 %.

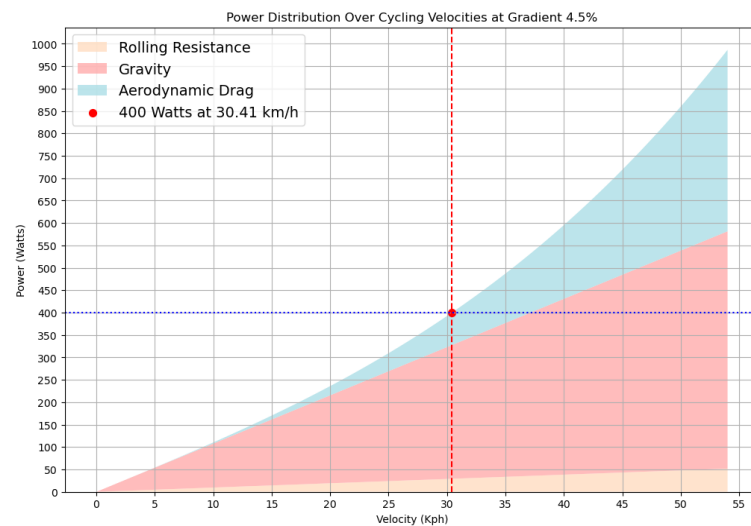
Naše vzorce nám zatím udávají výkon potřebný k překonání odporu při dané rychlosti. Naš experiment s tempem vyžaduje, abychom určili rychlost. Nyní to začíná být složité, protože si všimněte, že potřebujeme rychlost jak v lineárních, tak v exponenciálních (kvadratických) rovnicích. Abychom mohli vyřešit lineární rovnice, potřebujeme výsledek exponenciální rovnice a naopak. K řešení pomůže znázornění v grafu.

Níže jsou uvedeny grafy pro řešení našich počátečních odhadů času. Začneme s výchozím časem jak pro rovinatý úsek dlouhý 33 km, tak pro závěrečný úsek do kopce, dlouhý 7 km. Děláme to proto, abychom byli schopni správně rozdělit „balíček“ 20 kJ v našich dvou scénářích pro odhadovaný čas jízdy.

Pro následující výpočty máme CdA 0,2, valivý odpor 0,0044 a hmotnost systému jezdec+kolo 80 kg.



Graf nám umožňuje zjistit, jakou rychlost bychom očekávali při výkonu 400 W, což nám umožní vypočítat čas. Jak vidíte, není zde gravitační složka, protože první část trati považujeme za trať s 0% sklonem. (Obrázek: MyWindSock)



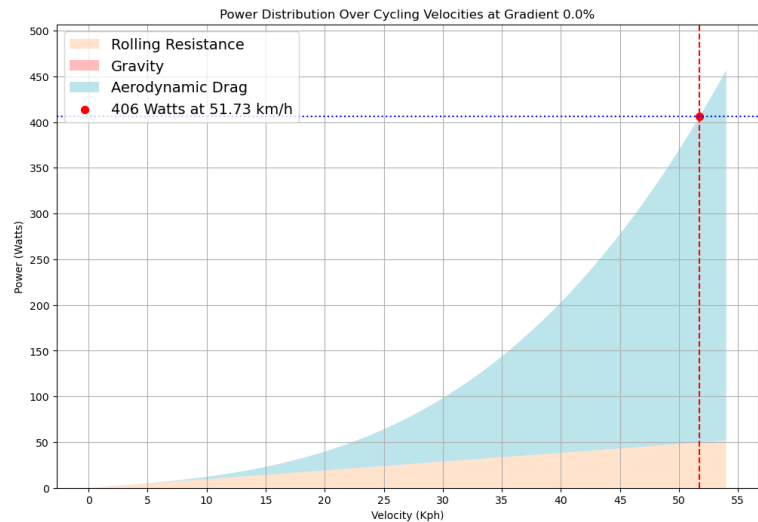
Ve druhé části trati se největší silou odporu, kterou je třeba překonat, stává gravitace (červená barva), která převyšuje složky aerodynamického odporu a valivého odporu. (Obrázek: MyWindSock)

Pomocí výše uvedených grafů jsme zjistili odhady rychlosti. Abychom získali čas v obou úsecích, musíme rychlost vydělit vzdáleností.

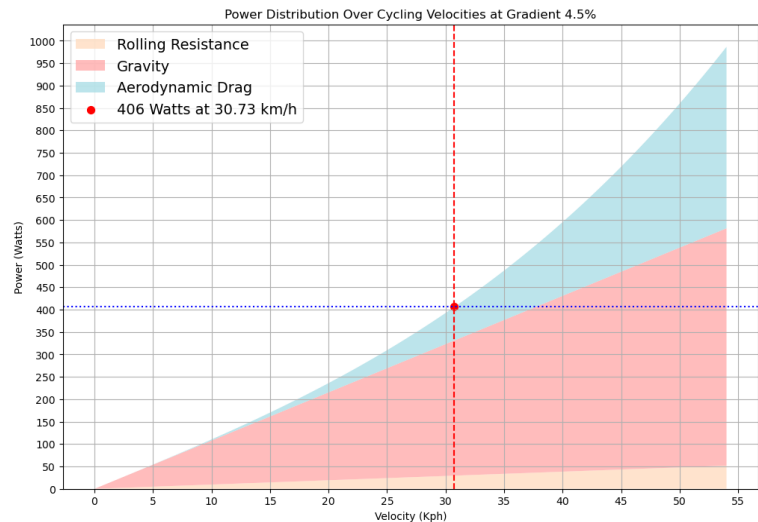
	33 km rovina	7 km stoupání 4,5 %	Celkem
Výchozí odhad	38:26	13:47	52:13

Nyní vypočítáme dodatečný výkon pro naši rovnoměrně rozvrženou časovku. Vydělíme-li 20 kJ celkovým základním časem 52:13, získáme dalších 6 wattů. 20 000 J / 3 133s je 6,38 joulů za sekundu.

Pro zjednodušení zaokrouhlíme dolů na 6 joulů za sekundu, což odpovídá 6 wattům. Pomocí dříve probraných vzorců si vytvoříme další grafy. Tentokrát s naším výkonem nastaveným pro rovnoměrnou strategii časovky na 406 wattů (původních 400 plus 6 wattů "balíčku" navíc).



Stejně jako výše, ale s
přídavnými šesti watty vzroste
rychlost z 51,51 km/h na 51,73
km/h, což nám na 33km trati
ušetří 10 sekund. (Obrázek:
MyWindSock)

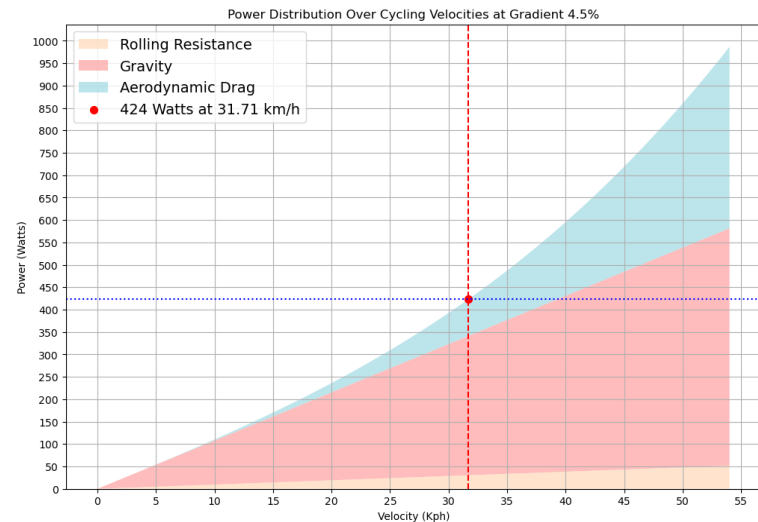


V druhé části trati se díky
dodatečným šesti wattům
zvýší rychlost z 30,41 km/h na
30,73 km/h, čímž na pouhých
sedmi kilometrech získáme
hned osm sekund. (Obrázek:
MyWindSock)

	33 km rovina	7 km stoupání 4,5 %	Celkem
Rovnoměrné tempo	38:16	13:39	51:55

Opět vypočítáme celkový čas stejným způsobem. Díky přidání výkonu jsme získali 18 sekund. To není překvapivé, vzhledem k tomu, že máme o 6 wattů vyšší základní výkon. Všimli jste si, že relativní změna rychlosti byla na závěrečném 7km stoupání mnohem větší?

Nyní využijeme náš 20kJ balíček pouze v závěrečném 7km sektoru do kopce. Vraťme se k našemu původnímu odhadovanému času 13:47 a použijeme našich 20 kJ. Tím získáme 24 wattů navíc, čímž se dostaneme na 424 wattů pro stoupání. Už víme, že čas našich prvních 33 km při výkonu 400 wattů byl 38 minut a 26 sekund. Jak se strategie projeví v závěrečném 7km úseku? Provedme výpočty a podívejme se na graf.



Přidáním 24 wattů se zde
rychlost zvýšila z 30,41 na
31,71 km, což nám jen v
tomto úseku přineslo 33
sekund - to je výrazně více
než 18 sekund při
rovnoměrném rozložení
výkonu na trati. (Obrázek:
MyWindSock)

Naposledy vypočítáme
celkový čas stejným
způsobem.

	33 km rovina	7 km stoupání 4,5 %	Celkem
Více wattů ve stoupání 7 km	38:26	13:14	51:40

Při stejném energetickém výdeji jsme získali dalších 15 sekund jen tím, že jsme energii rozdělili jinak. Ve skutečnosti by to bylo více, protože jsme zkrátili dobu sektoru, což znamená, že bychom mohli potenciálně vydat ještě více energie a být ještě rychlejší. Abychom se dokonale shodli s kilojouly, museli bychom opět provést několik iterací, pro dosažení přijatelné odchylky. Skutečná trať Gira má samozřejmě různá stoupání. S rostoucím sklonem se bude zvyšovat účinnost našeho dodatečného výkonu.

Proč jsme rychlejší při použití dodatečného výkonu v sektoru do kopce? Vraťme se k lineárním a exponenciálním rovnicím. S rostoucím odporem vzduchu je náš zisk za každý watt stále menší, jak ukazuje exponenciální křivka. Zatímco lineární síly, gravitace a valivý odpor, mají mnohem větší efekt v poměru vstupu a výstupu.

Co nám naše časovkařská matematika naznačuje v očekávání 7. etapy Gira? Pro následující poznatky musíme vzít v úvahu všechny zatáčky, stoupání a klesání a proměny povětrnostních vlivů.

Za tímto účelem sáhnu po simulátoru [myWindsock.com](https://mywindsock.com), využívajícím umělou inteligenci.

Dává smysl výměna kola?

Již jsme prozkoumali skutečnost, že v závěrečném 7km úseku do Perugie má průměrný sklon 4,5%. To však o profilu nevypovídá úplně přesně. Prvních 1,5 km má silnice průměrný sklon 10 %, přičemž v nejprudším úseku graduje až na 16 %. Při těchto sklonech bychom se mohli dočkat výměny kol. Základním požadavkem matematiky je zjistit, zda nižší hmotnost silničního kola ve srovnání s časovkářským speciálem představuje dostatečný rozdíl v rychlosti jezdce, který by kompenzoval aerodynamickou újmu a čas potřebný k zastavení a výměně. Abychom to zjistili, provedeme součet pro dva jezdce: těžkého Filippa Ganna a lehkého Tadeje Pogačara, ale musíme také učinit určité předpoklady.

Pro naše simulace budeme předpokládat, že silniční kolo, které máme k dispozici, je přibližně o 2 kg lehčí než časovkářské kolo a oba jezdci jedou na svých udávaných FTP (Functional Threshold Power), a použijeme hmotnost udávanou službou ProCyclingStats. Budeme také předpokládat pevnou hodnotu CdA pro obě kola/jezdce.

	Jezdec	Kompletní TT hmotnost	If – 2 kg
Pogačar	66 kg	75 kg	-12 s
Ganna	83 kg	92 kg	-12 s

Několik vteřin ztracených výměnou kola tak může znamenat malou výhodu. Simulovaná výhoda může být menší, než bychom očekávali, ale naše simulace bere v úvahu také snížení "potenciální energie" v důsledku menší hmotnosti.

Chcete-li demonstrovat potenciální energii, chtěli byste, aby do vás rychlostí 30 km/h narazil vlak, nebo pírkó?

Pokud započítáme aerodynamické ztráty, zjistíme, že silniční kolo jezdce celkově znevýhodňuje, zejména po překonání prvního 1,5 km stoupání, kdy se silnice trochu srovná. Můžeme to rychle nasimulovat a zjistit.

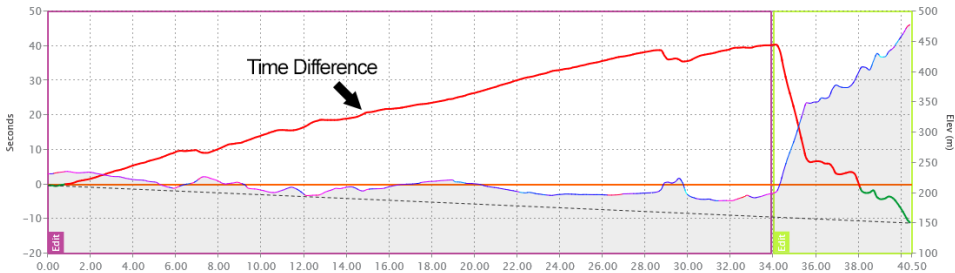
Předpokládejme, že náš jezdec na silničním kole má pevnou hodnotu koeficientu odporu CdA 0,3, zatímco nad 20 km/h (tj. po úvodním úseku stoupání) se naše časovkářské kolo vrátí k proudnicové hodnotě CdA 0,2.

	Jezdec	Kompletní TT hmotnost	If – 2 kg	Aero rozdíl	Celkový rozdíl
Pogačar	66 kg	75 kg	-12 s	+46 s	+34 s
Ganna	83 kg	92 kg	-12 s	+45 s	+33 s

V tomto součtu je silniční kolo o půl minuty pomalejší než časovkářské, takže výměna kola by neměla smysl. Týmy však budou přesněji znát CdA, hmotnost a výkony jednotlivých jezdců na silničním i časovkářském nastavení a také to, jak rychle dokážou kolo vyměnit. Pokud je zhoršení CdA menší nebo je rozdíl v hmotnosti větší, pak by se to mohlo obrátit ve prospěch výměny kola, ovšem za předpokladu, že to zvládnou rychle!

Dokáže těžký Ganna, udržet krok s lehkým Pogačarem?

To vyžaduje trochu odhadu výkonu v daný den. Je však vidět, že tato trať krásně odhalí silné a slabé stránky obou typů jezdců. Za předpokladu, že oba jedou na svých udávaných FTP, můžeme vidět, jak blízko by se to mohlo dostat pomocí grafu rozdílu času. Níže je uvedeno simulované porovnání časů mezi Gannou a Pogačarem.



Jak vidíte, časový rozdíl na rovinatějším terénu roste ve prospěch Ganny, a to na základě jeho (předpokládaného) vyššího výkonu v daný moment. Jakmile však silnice začne stoupat, Pogačarova nižší hmotnost poskytuje výhodu a ztráta se rychle zmenšuje. (Obrázek: MyWindSock)

Červená čára ukazuje, že Ganna najíždí na Pogačara čas až do druhého mezičasu. V závěrečném úseku Ganna svůj náskok rychle ztrácí. Pokud by chtěl Ganna bojovat o vítězství, musel by mít na 2. mezičasu náskok více než 50 sekund.

Jak jsme se dozvěděli dříve, oběma jezdčům se vyplatí "negativní rozdělení" závodu, kdy ušetří nějaké jouly na rovině, než ve stoupání zatopí pod kotlem. Pro lehčí jezdce však může být těžké, smířit se s časovou ztrátou na obou mezičasech a doufat, že matematika nakonec vyjde.

Rozhodně bude na co se dívat.
(publikováno 9.5.2024, den před 7. etapou)

*KPO: Pro představu jak přesná byla Benova simulace přikládáme reálné časy ze závodu:
Na konci rovinatého úseku Tadej ztrácel na Filippa 47 s. V kopci na něj najel 1:13,7 a zvítězil o 16,7 s*

Ben Norbury

nadšený časovkář a zakladatel Cycling AI [myWindsock.com](https://mywindsock.com).



originální verze článku:

cyclingnews.com/news/the-math-behind-a-time-trial-a-nerdy-preview-of-the-giro-ditalia-stage-7-time-trial/

